

Mathématiques

L2

Fondamentaux &
exercices corrigés

Analyse · Algèbre · Probabilités

100

PAGES POUR RÉVISER

24 fiches guidées
72 exercices corrigés

BIEN UTILISER CE PACK

Comprendre.

S'entraîner.

Vérifier.

Ce cahier de révision rassemble **24 fiches de quatre pages**. Chaque fiche suit le même parcours : cours essentiel, exemple résolu, trois exercices, puis corrections détaillées. Le volume compte 100 pages, couverture et repères compris.

Un cycle de travail efficace

1. **Cours.** Reformule les définitions et les hypothèses à voix haute.
2. **Exemple.** Cache la solution et cherche la prochaine étape.
3. **Exercices.** Rédige une réponse avant de consulter le corrigé.
4. **Retour.** Note l'erreur et refais l'exercice deux jours plus tard.

Le périmètre du volume

Le volume L2 approfondit les séries, les fonctions de plusieurs variables, les équations différentielles, la réduction matricielle et les probabilités. Certains thèmes sont introduits en L1 ou reportés en L3 selon le parcours ; le niveau visé est celui d'une consolidation de deuxième année. Ces fiches constituent un **complément aux cours et TD**. Les intitulés, l'ordre des chapitres et leur répartition entre années varient selon l'université. Le sommaire permet de comparer le pack à tes UE. Les exemples et exercices de ce cahier sont rédigés pour cette collection ; ce ne sont pas des annales officielles.

Édition de travail : septembre 2026. Les corrigés indiquent les étapes utiles ; les démonstrations longues des théorèmes ne sont pas toutes reproduites.

PARCOURS DE RÉVISION

Sommaire cliquable

01	Séries à termes positifs	5
02	Séries alternées et absolue convergence	9
03	Suites de fonctions	13
04	Séries de fonctions	17
05	Séries entières	21
06	Intégrales impropres	25
07	Intégrales à paramètre	29
08	Limites à plusieurs variables	33
09	Différentielle et gradient	37
10	Extrema et hessienne	41
11	Intégrales doubles	45
12	Équations différentielles du premier ordre	49
13	Équations du second ordre	53
14	Valeurs et vecteurs propres	57
15	Diagonalisation et puissances	61
16	Polynômes de matrices	65
17	Orthogonalité et projection	69
18	Matrices symétriques	73
19	Probabilités conditionnelles	77
20	Variables aléatoires discrètes	81
21	Densités et lois continues	85
22	Indépendance et covariance	89
23	Moyenne empirique et concentration	93
24	Méthode de Newton	97

Chaque fiche : cours p. n , exemple p. $n + 1$, exercices p. $n + 2$, corrigés p. $n + 3$.

REPÈRES ET SOURCES

Ce qu'il faut vérifier

Avant de calculer

Précise l'ensemble de départ, les paramètres et les hypothèses. Une formule ne remplace pas ses conditions d'application. Distingue une égalité exacte, une équivalence et une approximation. Termine par une phrase qui répond à la question.

Conventions

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{R}$: réels, $\mathbb{C}$: complexes. Les vecteurs sont des colonnes. Sauf précision, les logarithmes sont naturels. Un intervalle fermé contient ses bornes. Les matrices d'applications utilisent les images des vecteurs de base en colonnes.

Maquettes consultées pour le périmètre

- Sorbonne Paris Nord : licence de mathématiques.
- Sorbonne Université : programme L2-L3 à distance.
- Université Lyon 1 : enseignements de licence.

Pour approfondir

[Exo7 : cours, exercices et vidéos de mathématiques](#). Ressource complémentaire indépendante ; les établissements et Exo7 ne sont pas les éditeurs de ce pack et ne le cautionnent pas.

Ton plan de cours reste la référence

Les sources ci-dessus servent à cadrer les thèmes, pas à garantir une correspondance intégrale avec une formation. Pour un contrôle, utilise les notations et les méthodes exigées par ton enseignant.

FICHE 11 / LE COURS

Intégrales doubles

Objectif

Décrire un domaine puis choisir l'ordre d'intégration ou les coordonnées adaptées.

Intégration itérée

Pour une fonction continue sur un domaine borné régulier,

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_a^b \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, y) \, dy \right) dx$$

si $D = \{a \leq x \leq b, \alpha(x) \leq y \leq \beta(x)\}$. L'ordre inverse exige une nouvelle description du même domaine.

Coordonnées polaires

Avec $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, l'élément d'aire devient $r \, dr \, d\theta$. Le facteur r est le jacobien. Le passage en polaires convient aux disques, couronnes et expressions dépendant de $x^2 + y^2$. Les conditions de domaine doivent être traduites avant le calcul.

Point de vigilance

Oublier le jacobien change l'intégrale : une substitution bidimensionnelle ne remplace pas seulement les variables.

FICHE 11 / EXEMPLE RÉSOLU

Intégrer sur un disque

Énoncé

Calculer $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} (x^2 + y^2) \, dx \, dy$.

Domaine polaire

Le disque unité est décrit par $0 \leq r \leq 1$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Les redondances aux bords sont sans effet sur l'intégrale.

Transformer l'intégrande

On a $x^2 + y^2 = r^2$ et $dx \, dy = r \, dr \, d\theta$. L'intégrande complet devient r^3 .

Calcul

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 r^3 \, dr \, d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4} \, d\theta = \frac{\pi}{2}.$$

Comme l'intégrande est comprise entre 0 et 1, le résultat doit être compris entre 0 et l'aire du disque, π . Le résultat respecte ce contrôle.

La méthode à retenir

Dessiner ou décrire le domaine, transformer les bornes et le jacobien, puis contrôler le résultat par une estimation.

FICHE 11 / À TOI DE JOUER

Trois exercices

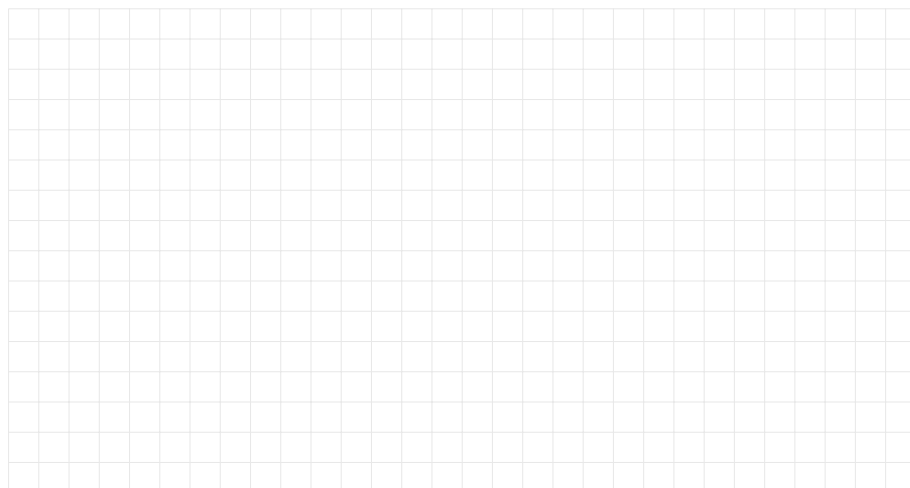
Intégrales doubles

1. Calculer $\int_0^1 \int_0^1 (x + y) \, dy \, dx$.
2. Calculer l'aire du triangle $0 \leq y \leq x \leq 1$ par intégration.
3. Calculer $\iint_{x^2+y^2 \leq R^2} 1 \, dx \, dy$, $R > 0$.

Un indice pour démarrer

Une aire est l'intégrale de la fonction constante 1 sur le domaine.

Espace de résolution



FICHE 11 / CORRIGÉS

Vérifie ton raisonnement

1. L'intégrale intérieure vaut $x + 1/2$, puis l'intégrale extérieure vaut $1/2 + 1/2 = 1$.
2. Intégrer 1 : $\int_0^1 \int_0^x 1 \, dy \, dx = \int_0^1 x \, dx = 1/2$.
3. En polaires : $\int_0^{2\pi} \int_0^R r \, dr \, d\theta = 2\pi R^2/2 = \pi R^2$.

Auto-évaluation

Le facteur de changement de variables et les bornes décrivent-ils exactement le même domaine ?

FICHE 20 / LE COURS

Variables aléatoires discrètes

Objectif

Calculer espérance et variance et reconnaître les lois binomiale et de Poisson.

Loi et moments

Une loi discrète donne $p_k = \mathbb{P}(X = x_k) \geq 0$, avec $\sum p_k = 1$. Si les sommes existent,

$$\mathbb{E}X = \sum x_k p_k, \quad \text{Var}(X) = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}X)^2.$$

Lois usuelles

Pour $X \sim \mathcal{B}(n, p)$, $\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, $\mathbb{E}X = np$, $\text{Var } X = np(1-p)$. Elle compte les succès de n essais indépendants de même probabilité. Pour $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \lambda^k / k!$, $\mathbb{E}X = \text{Var } X = \lambda$, avec $\lambda > 0$.

Point de vigilance

La variance n'est pas $\mathbb{E}(X^2)$: il faut soustraire le carré de l'espérance.

FICHE 20 / EXEMPLE RÉSOLU

Compter des succès

Énoncé

Une épreuve réussit avec probabilité 0,2. On effectue cinq essais indépendants. Calculer la probabilité d'exactly deux succès, l'espérance et la variance du nombre de succès.

Identifier la loi

Les cinq essais sont indépendants et ont la même probabilité de succès : $X \sim \mathcal{B}(5, 0,2)$.

Probabilité

$$\mathbb{P}(X = 2) = \binom{5}{2} (0,2)^2 (0,8)^3 = 10 \times 0,04 \times 0,512 = 0,2048.$$

Le coefficient binomial compte les positions possibles des deux succès.

Moments

$\mathbb{E}X = 5 \times 0,2 = 1$, et $\text{Var } X = 5 \times 0,2 \times 0,8 = 0,8$. L'espérance est une moyenne théorique, pas le nombre de succès garanti lors de chaque série d'essais.

La méthode à retenir

Vérifier les hypothèses de la loi avant d'utiliser sa formule, puis distinguer probabilité ponctuelle et moments.

FICHE 20 / À TOI DE JOUER

Trois exercices

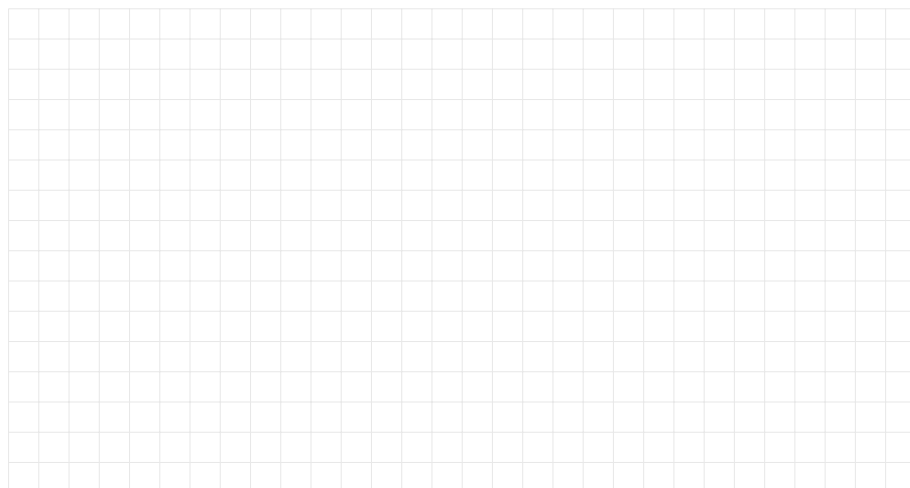
Variables aléatoires discrètes

1. Pour $X \sim \mathcal{P}(3)$, calculer $\mathbb{P}(X = 0)$.
2. Une variable prend 0 et 2 avec probabilités $1/2$ chacune. Calculer espérance et variance.
3. Pour $X \sim \mathcal{B}(4, 1/2)$, calculer $\mathbb{P}(X \geq 1)$.

Un indice pour démarrer

Pour « au moins un », le complément « aucun » est souvent plus facile.

Espace de résolution



FICHE 20 / CORRIGÉS

Vérifie ton raisonnement

1. $\mathbb{P}(X = 0) = e^{-3}3^0/0! = e^{-3}$.
2. $\mathbb{E}X = 1$, $\mathbb{E}X^2 = 2$, donc $\text{Var } X = 2 - 1 = 1$.
3. Utiliser le complément : $1 - \mathbb{P}(X = 0) = 1 - (1/2)^4 = 15/16$.

Auto-évaluation

As-tu vérifié que les probabilités de la loi totalisent 1 lorsque la loi est fournie directement ?